

Beweisprinzipien – Direkter Beweis

Didaktische und methodische Hinweise:

Die Lernenden sollen durch Einsetzen von Zahlen in Terme mit Beträgen Vermutungen über die Beziehungen der Betragsterme aufstellen.

Beispielhaft können folgende Betragsterme und Zahlen herangezogen werden.

| a | b | $ a + b $ | $ a + b $ | $ a \cdot b $ | $ a \cdot b $ | $ a - b $ | $ a - b $ |
|-----|---------------|-------------|-----------|-----------------|---------------|-------------|-----------|
| 2 | 3 | | | | | | |
| 7 | 4 | | | | | | |
| 0 | 5 | | | | | | |
| 0,5 | $\frac{1}{3}$ | | | | | | |
| -5 | 0 | | | | | | |

Durch Gegenbeispiele lassen sich einige Vermutungen schnell widerlegen.

Das Einsetzen von Zahlen reicht aber nicht, um die Allgemeingültigkeit der verbleibenden Vermutungen zu zeigen. Anhand dieser einfachen, von den Schülerinnen und Schülern aufgestellten Beziehungen, kann man erste direkte Beweise durchführen.

Als zu beweisende Beziehungen können sich zum Beispiel ergeben:

- $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$
- Dreiecksungleichung

Bei einigen der widerlegten Vermutungen kann man durch Ergänzung weiterer Voraussetzungen neue Beziehungen aufstellen und beweisen. Dabei kann man den Schülerinnen und Schülern in den Beweisen deutlich machen, an welcher Stelle die Voraussetzungen eingehen.

Erforderliche Vorkenntnisse: Definition des Betrages

Ausblick:

- Als Weiterführung könnte man Vermutungen zu den trigonometrischen Funktionen aufstellen und anschließend die Additionstheoreme beweisen.

| α | β | $\sin(\alpha)$ | $\sin(\beta)$ | $\sin(\alpha + \beta)$ | $\sin(\alpha) + \sin(\beta)$ |
|----------|---------|----------------|---------------|------------------------|------------------------------|
|----------|---------|----------------|---------------|------------------------|------------------------------|

- Das Arbeiten mit Beträgen, dem Prinzip der Fallunterscheidung und einzelne Beziehungen können in LPE 3 bei den Betragsgleichungen und Betragsungleichungen genutzt und weitergeführt werden.